

POSUDEK OPONENTA HABILITAČNÍ PRÁCE**Masarykova univerzita****Uchazeč**

RNDr. Dana Černá, Ph.D.

Habilitační práce

Wavelets on the interval and their applications

Oponent

prof. RNDr. Radek Kučera, Ph.D.

**Pracoviště oponenta,
instituce**

Katedra matematiky a deskriptivní geometrie

Fakulta strojní

Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava

17. listopadu 2172/15, 708 00 Ostrava - Poruba

V předložené habilitační práci se autorka věnuje konstrukci waveletů pomocí kvadratických a kubických splajnů definovaných na omezených intervalech a na oblastech typu kartézského součinu. Základem práce je soubor osmi původních publikací, u nichž je v sedmi případech spoluautorem Václav Finěk. Kromě toho obsahuje habilitační práce úvodní text, který ve dvou kapitolách shrnuje hlavní myšlenky konstrukce waveletů a jejich základní vlastnosti. Tento text také obsahuje úvod, závěr, stručnou představu o dalším výzkumu a rozsáhlý soubor odkazů.

V první kapitole lze nalézt definici waveletů na omezených intervalech, abstraktní konstrukci waveletových bází, větu shrnující postačující podmínky pro konstrukci Rieszovy báze v příslušném Soboleově prostoru a rychlou waveltovou transformaci. Dále pak definici waveletů ve více dimenzích, wavelet-Galerkinovu metodu a stručné představení adaptivních waveletových metod. Druhá kapitola obsahuje hlavní myšlenky vytváření waveletů pomocí kvadratických a kubických splajnů a jejich použití. Tato kapitola je již koncipována jako vazba na výše zmíněné publikace a na některé další práce.

Osm původních publikací má následující obsah:

- a) První článek je věnován konstrukci kubických splajnových waveletů na omezeném intervalu, jejichž číslo podmíněnosti se odchyluje minimálně od čísla podmíněnosti podobných waveletů definovaných na celé reálné ose. V závěru článku lze najít použití waveletů při řešení Poissonovy rovnice v jedné a ve dvou proměnných s homogenní Dirichletovou okrajovou podmínkou prvního řádu.
- b) Druhý článek popisuje konstrukci kubických splajnových waveletů vzhledem k jistým „komplementárním“ okrajovým podmírkám druhého řádu. Kromě kvantitativních vlastností ukazuje článek také použití konstruovaných waveletů při řešení rovnice zadané biharmonickým operátorem ve 2D. Závěrečná část článku v habilitační práci chybí.
- c) Ve třetím článku jsou vytvářeny kvadratické splajnové wavelety na intervalu a na jednotkovém čtverci vyhovující homogenním Dirichletovým okrajovým podmírkám druhého řádu. V rámci numerických experimentů je řešena biharmonická rovnice a jako hlavní experimentální výsledek je ukázáno, že číslo podmíněnosti získané pomocí waveletové báze je stejnometerně omezené a výrazně menší než pro jiné podobné wavelety.
- d) Čtvrtý článek se zabývá konstrukcí kubických splajnových waveletů na omezeném intervalu a na jednotkovém čtverci, nyní pro okrajové podmínky druhého řádu. Hlavním experimentálním výsledkem je stejnometerná omezenost a malé hodnoty čísla podmíněnosti matici tuhosti pro biharmonický operátor.

- e) Pátý článek se zabývá konstrukcí kubických splajnových waveletů vzhledem k homogenním okrajovým podmínkám na krychli. Rozlišují se dva přístupy pro vytváření vícedimenzionálních waveletů, a to izotropní a anizotropní konstrukce. Ty se pak porovnávají při provádění numerických experimentů na lineární elliptické parciální diferenciální rovnici.
- f) Hermitovské kubické splajnové wavelety jsou konstruovány v šestém článku pro interval a pro krychli a opět pro homogenní Dirichletovu okrajovou podmínu. Numerické experimenty jsou v tomto článku sofistikované, zahrnují řešení úlohy zadané Black-Scholesovým operátorem s pomocí adaptivních technik. Experimentálně se posuzuje například aproximační chyba v závislosti na počtu bázových funkcí.
- g) Sedmý článek se opírá o kvadratické splajnové wavelety. V rámci numerických experimentů se studují čísla podmíněnosti matice tuhosti pro elliptický operátor. Pro řešení poměrně rozsáhlých úloh se používají adaptivní techniky.
- h) V osmém článku se kubické splajnové wavelety používají při modelování cen opcí. U diferenciální rovnice popisující tento problém se kromě jiného posuzuje řád konvergence použité diskretizační metody.

Výzkum v oblasti waveltových bází a jejich použití je téma, které je aktuální více než dvacet let. Přístup k řešení a použitá metodologie použité v habilitační práci dokládají, že se autorka věnuje dlouhodobě a systematicky tomuto tématu. Postupem času se propracovala k řešení netriviálních úloh zadaných parciálními diferenciálními rovnicemi, zvládla jejich jemné diskretizace a adaptivní waveltové techniky. Kvalitu a správnost dosažených výsledků dokládá také skutečnost, že všechny články obsažené v habilitaci byly publikovány v časopisech s impaktním faktorem a musely tedy nutně projít náročným recenzním řízením. Dosažené výsledky lze považovat za původní. Jistým obecným nedostatkem je skutečnost, že se jedná téměř výhradně o výsledky z „vlastní dílny“, které navazují na výzkum jiných autorů pracujících v této oblasti je velmi volně. Pro další výzkum tedy lze doporučit navázání rozsáhlejší spolupráce s dalšími výzkumnými skupinami. Formální úprava a jazyková úroveň práce je na vynikající úrovni.

Dotazy oponenta k obhajobě habilitační práce

1. Stručně charakterizujte hlavní rozdíly mezi jednotlivými konstruovanými waveltovými bázemi. Popište jejich výhody a nevýhody.
2. Jak lze pomocí waveletů řešit úlohy s jinými než Dirichletovými okrajovými podmínkami (Neumanovy, periodické, komplementarita atp.)? Lze navrhnut vhodnou metodiku pro automatické splnění jiných než Dirichletových okrajových podmínek?
3. Jak lze pomocí waveletů řešit vícedimenzionální úlohy na obecných oblastech, které nejsou nutně typu kartézského součinu?
4. Jak lze stručně charakterizovat hlavní rozdíly mezi izotropním a anizotropním vytvářením vícedimenzionálních waveletů? Která z těchto dvou technik je výhodnější?
5. Experimentálně zjištěná aproximační chyba a řady konvergence v osmém článku jsou nečekaně příznivé. Jak lze tuto skutečnost vysvětlit?
6. V sedmém článku vztah (5.1) nepředstavuje Helmholtzovu rovnici. Jedná se pravděpodobně o překlep.
7. Věta 7 na str. 15 vyžaduje pečlivější formulaci. Není zaveden prostor X_k .

Závěr

Na základě výše uvedeného se domnívám, že habilitační práce RNDr. Dany Černé, Ph.D., "Wavelets on the interval and their applications" **splňuje** požadavky standardně kladené na habilitační práce v oboru Matematika – Aplikovaná matematika a doporučuji, aby po úspěšné obhajobě, po zodpovězení všech připomínek a po splnění všech zákonnéch náležitostí byl Daně Černé udělen titul „docent”.

Dne 31. 1. 2020