

POSUDEK OPONENTA HABILITAČNÍ PRÁCE

Masarykova univerzita

Uchazeč

Habilitační práce

Oponent

**Pracoviště opONENTA,
institute**

RNDr. Martina Pavlačková, Ph.D.

Boundary value problems for second-order differential inclusions on compact and non-compact intervals in the Euclidean and abstract spaces

Doc. RNDr. Milan Tvrdý, CSc.

Matematický ústav AV ČR

Základem předložené habilitační práce je kolekce dvanácti prací publikovaných v letech 2009 - 2020 (První dvě z nich autorka podepsala pod svým dívčím jménem Kožušníková.) Spoluautory sedmi prací jsou Jan Andres a Luisa Malaguti, dvě další práce byly vytvořeny ve spolupráci s Janem Andresem a další dvě s Valentinou Taddei, jedna práce je samostatná. Předpokládám, že ve všech pracích se spoluautory byl podíl RNDr. Pavlačkové na výzkumu i na přípravě publikací nejméně rovnocenný a její přínos podstatný. Předložená kolekce je uvedena poměrně rozsáhlým sjednocujícím komentářem (46 stran), který poskytuje kvalitní úvod do problematiky, popisuje dosažené výsledky a zařazuje je do kontextu mezinárodního výzkumu. Jsou tu formulovány i potřebné definice a vloženo je také několik poznámek a ilustrujících příkladů.

Habilitační práce je věnována okrajovým úlohám pro diferenciální inkluze druhého řádu na kompaktních i nekompaktních intervalech, a to v konečně i nekonečně dimensionálním kontextu. Komentář je rozdělen do pěti kapitol. To podstatné je přitom soustředěno do kapitol 2 a 3. První kapitola je poměrně krátká, obsahuje však docela výstižný úvod do problematiky. Závěrečná, čtvrtá, kapitola zase podává stručnou a přehlednou informaci o obsahu článků z příložené kolekce. Ve druhé kapitole autorka prezentuje výsledky z prací [23], [74], [16] a [17], které rozšiřují metodu známou jako "continuation principle" na okrajové problémy pro nelineární diferenciální inkluze druhého řádu tvaru

$$x''(t) \in F(t, x(t), x'(t)) \text{ s.v. na } I, \quad x \in S,$$

kde I může být i nekompaktní interval, S je daná podmnožina prostoru funkcí lokálně absolutně spojitých na intervalu I a F je shora Carathéodoryovská multifunkce, která případně může být i abstraktní. Navíc, v konečně dimensionálním případě mohou na systém také působit impulsy. Dané úloze je nejprve přiřazena parametrická soustava problémů

$$x''(t) \in H(t, x(t), x'(t), q(t), q'(t), \lambda) \text{ s.v. na } I, \quad x \in S_1,$$

kde q jsou elementy retraktu Q v $C^1(I, \mathbb{R}^n)$, S_1 je uzavřená podmnožina S , $\lambda \in [0, 1]$ a H je shora Carathéodoryovské mnohoznačné zobrazení takové, že $H(t, c, d, c, d, 1)$ je podmnožinou v $F(t, c, d)$ pro každé $(t, c, d) \in I \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$. Pak je možné transformovat daný problém na hledání pevného bodu přiřazeného mnohoznačného operátoru T . Hlavní výsledek prezentovaný v kapitole je Věta 2.1, ve které jsou formulovány podmínky zaručující existenci řešení dané úlohy. Jeden z jejích předpokladů, totiž

- (v) Jestliže posloupnost $\{q_n\}$ konverguje v Q ke $q \in T(q, \lambda)$ pro nějaké $\lambda \in [0,1]$, pak existuje index n_0 takový, že $x \in Q$ jakmile je $x \in T(q_n, \vartheta)$ pro nějaké $n \geq n_0$ a $\vartheta \in [0,1]$,

se v konkrétních netriviálních případech obtížně ověřuje. Kapitola 3, založena na výsledcích ze zbývajících článků, je pak tedy věnována metodám umožňujícím stanovit obecnější předpoklady zaručující splnění podmínky (v). Hlavně jde o metodu založenou na t.zv. ohraničujících množinách a funkcích, případně o jejich kombinaci se Scorza-Dragoniovou technikou.

Shrnující komentář je napsán čtivě, poměrně kvalitní angličtinou, třebaže ne úplně bezchybnou. Např., dosti často čtenáře ruší zbytečné interpunkční čárky před slovem „for“, dále nejsem si jist zda několiokrát použité „problematic assumption“ znamená to, co má autorka na mysli. Nepříliš srozumitelnou mi připadá např. věta „If the Scorza-Dragoni ... in the case of upper-Carathéodory r.h.s, and not on the whole neighbourhood ... as in Proposition 3.2“, která uprostřed strany 26 zabírá téměř celý odstavec. Formulace definice 3.1 ohraničující množiny není také úplně nejsrozumitelnější. Někdy se vloudily překlepy, např. na straně 20 nahoře se píše „The easiest way ... is assumed it as an open ball ...“. Podstatnějším, i když také formálním, nedostatkem se mi jeví to, že při citaci výsledků nejsou uvedeny přesnější údaje odkazující na jejich místo v připojených člancích, např. u Proposition 3.1 by mělo být uvedeno, že jde o Proposition 5 z článku [12]. Podobně, ovšem i ve všech dalších případech. Konečně, doporučoval bych zvolit jiný způsob číslování definic a tvrzení. Orientace v komentáři, kde např. Theorem 3.1 následuje za Remark 3.2 a Example 3.1 a za ní pak následuje Remark 3.3, není úplně nejsnadnější.

Problematika habilitační práce je obtížná a autorka v ní prezentuje dostatečné množství důležitých výsledků. Práce je velmi pěkným příspěvkem k teorii okrajových úloh pro diferenciální inkluze. Všechny výsledky byly publikovány ve velmi kvalitních recenzovaných odborných časopisech. Nejednoduchá tvrzení jsou v člancích tvořících hlavní obsah práce přesně formulována a pečlivě dokázána. Podstatné chyby jsem v důkazech neobjevil.

Dotazy oponenta k obhajobě habilitační práce (počet dotazů dle zvážení oponenta)

Zajímalo by mne, zda je něco známo o impulsních úlohách, ve kterých časy působení impulsů nejsou fixovány, ale proběhnou v časech, které závisí na řešení. Případně, zda-li se touto problematikou autorka také zabývala a jaká vidí úskalí v rozšíření použitých metod na takové úlohy.

Závěr

Habilitační práce Martiny Pavlačkové: „Boundary value problems for second-order differential inclusions on compact and non-compact intervals in the Euclidean and abstract spaces“ **splňuje** požadavky standardně kladené na habilitační práce v oboru Matematika - Matematická analýza.

Praha dne 18.12.2020

podpis