Příloha 7: Posudek oponenta habilitační práce

Masarykova univerzita	
Fakulta	Přírodovědecká
Habilitační obor	Matematika – Aplikovaná matematika
Uchazeč	RNDr. Václav Finěk, Ph.D.
Pracoviště	Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická, TU Liberec
Habilitační práce	Construction of Wavelets
Oponent	doc. RNDr. Radek Kučera, Ph.D.
Pracoviště	VŠB – Technická univerzita Ostrava

Text posudku

Hlavním obsahem habilitační práce je soubor pěti článků věnovaných konstrukci waveletů a některým jejich aplikacím. Články publikoval uchazeč v letech 2008-2015 téměř výhradně se spoluautorkou RNDr. Danou Černou, Ph.D. v časopisech s impaktním faktorem. Kromě souboru článků obsahuje habilitační práce také úvodní popis studované problematiky v rozsahu 36 stran, který je rozdělený do tří kapitol. V první kapitole jsou definovány báze waveletových funkcí na reálné ose vytvářené z jednoho waveletu a jedné škálové funkce standardním způsobem pomocí posunutí a dilatace. Čtenář se postupně seznámí s pojmy jako je Rieszova báze, víceúrovňový rozklad (multiresolution analysis), ortogonální a biortogonální wavelety, šikmé projektory, diskrétní waveletová transformace, aproximační vlastnosti waveletů a B-splinové wavelety. Druhá kapitola nese název „Wavelety na konečném intervalu“. Pojmy z první kapitoly jsou zde adaptovány pro konstrukci waveletů v Sobolevových prostorech na intervalu [0,1]. Výklad je poměrně abstraktní a opírá se o převzaté teoretické výsledky. Ze stručné poznámky učiněné uprostřed kapitoly se lze domnívat, že wavelety, které vzniknou uvedenou konstrukcí, mohou být adaptací bází B-spline-funkcí na konečný interval. Závěrečná část druhé kapitoly pak uvádí stručnou poznámku o odhadu čísla podmíněnosti matice tuhosti, kterou dostaneme při použití Rieszových bází v metodě konečných prvků.

Ve třetí kapitole jsou představeny hlavní výsledky jednotlivých článků. První článek je věnován přesnému určení koeficientů coifletů. Východiskem je rozbor systému rovnic, které koeficienty splňují. Až do délky nosiče 14 se výpočet redukuje na řešení soustavy lineárních rovnic. Pro delší nosiče výpočet využívá Gröbnerovy báze. Druhý článek se zabývá konstrukcí kubických spline-waveletů na konečném intervalu a číslem podmíněnosti z nich vytvořených systémů bází. Vyústěním druhého článku je aplikace na řešení diferenciálních rovnic v jedné a ve dvou dimenzích, kdy se studuje zejména číslo podmíněnosti matice tuhosti. Třetí článek obsahuje konstrukci kubických spline-waveletů pro okrajové podmínky druhého řádu. Jsou ukázány přednosti těchto waveletů oproti jiným známým typům spline-waveltů používaných v adaptivních metodách. Hlavním výsledkem je menší číslo podmíněnosti předpodmíněné matice tuhosti u rozsáhlejších úloh. Největší řešená úloha pracuje s maticí řádu více než jeden milion a číslo podmíněnosti je přibližně 300. Čtvrtý článek se věnuje podobné problematice ve více dimenzích, tj. na hyperkrychli. Složitost studované problematiky tím značně narůstá. Finálním výsledkem je posouzení spektrálních vlastností matice tuhosti a jejího čísla podmíněnosti. Opět na řešení modelové úlohy pro parciální diferenciální rovnice ve dvou a třech dimenzích je ukázáno, že číslo podmíněnosti je v rozumných mezích. Dále je testována konvergence metody konečných prvků na řešení modelové dvoudimenzionální úlohy. Dosažené výsledky na jemných sítích jsou velmi přesné, řádově 1e-12. Konečně pátý článek se zabývá konstrukcí spline-waveletů založených na Hermitovských kubických spline-funkcích. Jeho vyústěním je znovu studium čísla podmíněnosti u matice tuhosti a matice hmotnosti pro vícedimenzionální úlohy. Numerické experimenty ukazují na lepší podmíněnost než u jiných typů waveletů. Wavelety ve více dimenzích jsou definovány pomocí tenzorového součinu funkcí, což vede na definiční obor, kterým je opět hyperkrychle.

Dotazy oponenta k obhajobě habilitační práce

1) V čem je rozdíl při použití isotropních a anizotropních waveletů? Lze specifikovat třídy úloh, u nichž by bylo vhodnější používat wavelety anizotropní?

2) Je zmiňována jistá technika adaptivity. Lze u waveletů konstruovaných v práci navrhnout adaptivní způsob řešení diferenciálních rovnic, u něhož by docházelo k zahušťování waveletových bází lokálně, tj. v místech, kde lze očekávat singularitu řešení?

3) Wavelety ve více dimenzích jsou definovány na hyperkrychli. Jakým způsobem by se pomocí waveletových bází daly řešit úlohy na oblastech s křivou hranicí? Jaké praktické úlohy je vhodné řešit pomocí waveletů?

4) Při použití waveletů pro řešení diferenciálních rovnic metodou konečných prvků je potřeba vypočítat jejich funkční hodnoty, hodnoty derivací a integrálů, případně integrály ze součinů a součinů derivací. Jak byly tyto hodnoty vyčísleny? Lze použít výpočet pomocí vlastních vektorů vhodné matice, který je přesný až na úroveň zaokrouhlovacích chyb?

5) Zadání příkladu Example 16 na straně 23 druhého článku je zmatečné. Uveďte opravu.

6) Jaký je řád konvergence metody konečných prvků v Tabulce 6 na straně 16 čtvrtého článku. Vysoká přesnost naznačuje, že by také řád konvergence mohl být poměrně vysoký. Zkuste tento řád konvergence vypočítat.

Závěr

Práce vychází z rozsáhlé literatury věnované problematice waveletových funkcí. Uchazeč úspěšně navázal na publikované výsledky. Jak je patrné ze souboru předkládaných prací, na studované problematice pracuje dlouhodobě a systematicky, takže se dopracoval do stádia, kdy má celou řadu vlastních výsledků, které působí uceleně.

Habilitační práce dr. V. Fiňka „Construction of Wavelets“ ***splňuje*** požadavky standardně kladené na habilitační práce v oboru Aplikovaná matematika.

V Ostravě, dne 18.3.2016