

Příloha 7: Posudek oponenta habilitační práce

Masarykova univerzita

Fakulta

Přírodovědecká

Habilitační obor

Matematika – matematická analýza

Uchazeč

Mgr. Petr Zemánek, Ph.D.

Pracoviště

ÚMS PřF MU

Habilitační práce

Discrete Symplectic Systems and Square Summable Solutions

Oponent

doc. Mgr. Richard Kollár, Ph.D.

Pracoviště

FMFI, Univerzita Komenského v Bratislavě

Text posudku (rozsah dle zvážení oponenta)

Obsahom posudzovanej habilitačnej práce Mgr. Petra Zemánka, Ph.D., je štúdium diskretných symplektických systémov a ďalších systémov s podobnou štruktúrou. Systémy tohto typu možno považovať za diskkrétne analógie spojitého Hamiltonovského systému, a teda sa môžu vyskytovať napr. pri diskretizácii spojitého modelu, ktorá sa prevádza napríklad pri numerickej analýze, či pri problémoch na mriežkach. Kým pre spojité problémy existuje rozsiahla odborná literatúra, ktorá predstavuje silné matematické základy pre skúmanie správania riešení s veľkým množstvom aplikácií, oblasť diskretných symplektických systémov nebola zatiaľ dostatočne preskúmaná. To sa však výrazne zmenilo práve vďaka výsledkom autora a jeho spoluautorov, ktoré sú predmetom predloženej habilitačnej práce, v ktorej autor systematicky buduje teóriu analogickú k teórii spojitého problému.

Najväčšia časť práce sa venuje rozšíreniu tzv. Weyl-Titchmarshovej teórie na všeobecnejšie triedy problémov. Každý z týchto problémov má so sebou asociovanú prirodzenú nezápornú váhu a pri analýze v aplikáciách je dôležité, koľko nezávislých riešení problému treba brať do úvahy, t.j. majú konečnú normu asociovanú s príslušnou váhou. Práve Weyl-Titchmarshova teória umožňuje geometricky klasifikovať túto dimenziu veľmi netriviálnym, ale matematicky veľmi elegantným spôsobom. Vychádza zo štúdia množiny matic, pre ktoré je semi-definitná, príp. nulová určitá maticová funkcia úzko spojená s váhovou funkciou a taktiež so štruktúrou fundamentálneho riešenia príslušného problému uvažovaného na konečnej množine indexov (t.j. na konečnom diskretnom intervale). Už skutočnosť, že tieto množiny sú v priestore komplexných unitárnych matic kruhom a kružnicou je pomerne zaujímavá. Avšak ešte dôležitejšie je, že tieto množiny majú aj ďalšiu štruktúru vzhľadom na hornú hranicu diskretného intervalu, pre ktorý sú definované. S rastom veľkosti intervalu tieto kruhy zapadajú do seba a navyše, ich limitným prienikom je vždy bod alebo kruh. A práve dimenzia matice, ktorá charakterizuje polomer limitného kruhu, priamo charakterizuje dimenziu priestoru riešení pôvodného problému s konečnou váženou normou.

Autorovi sa podarilo rozšíriť túto teóriu na niekoľko všeobecných tried problémov so separovanými okrajovými podmienkami: symplektické problémy so všeobecnou lineárnou závislosťou na parametri, s polynomiálnou závislosťou na parametri, či dokonca s analytickou závislosťou (t.j. nie nutne polynomiálnou). Navyše sa vo viacerých prípadoch podarilo autorovi dosiahnuť silnejšie výsledky ako v existujúcej literatúre vrátane zoslabenia podmienok platnosti dokazovaných tvrdení. Takéto zovšeobecnenie potom umožnilo autorovi dosiahnuť analogické ale zároveň úplne nové výsledky pre problémy s neseparovanými okrajovými podmienkami (pre aplikácie môžu byť veľmi relevantné problémy s periodickými, či antiperiodickými okrajovými podmienkami). Práve toto elegantné rozšírenie

na problémy s neseparovanými okrajovými podmienkami, ktoré by nebolo možné previesť s výsledkami v dovedty existujúcej literatúre, ukazuje, aký silný matematický aparát sa autorovi podarilo vybudovať. Okrem toho popri týchto výsledkoch autor dokazuje množstvo iných čiastkových výsledkov, akými sú zovšeobecnená Lagrangeova identita pre problémy s analytickou závislosťou, WT-teória pre dva diskkrétne systémy so symplektickou štruktúrou a lineárnou závislosťou na parametri, či tzv. Weylova alternatíva vo viacerých prípadoch. Napokon, práca obsahuje výsledky so silným presahom do funkcionálnej analýzy, ktoré predstavujú základy teórie operátorov pre diskkrétne symplektické systémy. Autor preto študuje nehomogénne systémy, maximálne a minimálne lineárne relácie s nimi asociované, a pomocou nich charakterizuje vyššie spomínanú dimenziu priestoru riešení ako relatívny index minimálnej relácie. Špeciálna pozornosť sa následne venuje samoadjungovaným rozšíreniam týchto minimálnych relácií a ich vlastnostiam.

Celkovo práca obsahuje veľké množstvo nových originálnych výsledkov a taktiež ilustračné príklady, aj keď tie sú, pravdepodobne pre jednoduchosť prezentácie, len umelo skonštruované a teda nie je jasný ich súvis s reálnymi aplikáciami. Spôsob využitia vybudovanej teórie v aplikáciách však možno vidieť napr. v práci [Ren (2014)], kde je potrebné určiť počet nezávislých riešení s konečnou normou určitého diskkrétneho symplektického systému. Treba taktiež poznamenať, že so svojich ďalších odborných prácach, ktoré nie sú súčasťou habilitačnej práce, sa autorovi taktiež podarilo pomocou teórie časových škál prepojiť viacero jeho vlastných výsledkov pre diskkrétne systémy s ich spojitými analógmi a tým vybudovať unifikovanú teóriu zahrňujúcu oba prípady.

Práca je kvalitne napísaná v anglickom jazyku bez akýchkoľvek závažnejších jazykových nedostatkov a podarilo sa mi v nej nájsť len veľmi malé množstvo preklepov a malých chýb. Text je pre osobu orientujúcu sa v študovanej oblasti veľmi dobre a ľahko čitateľný s množstvom odkazov na kontext výsledkov, či na zaujímavé otvorené otázky.

Určité výhrady mám však k forme habilitačnej práce. Nemám presnú informáciu o tom, aké presne nároky sa na takúto prácu kladú na Masarykovej univerzite, ale v mieste môjho pôsobiska a taktiež na viacerých iných pracoviskách, ktoré poznám, je bežnou súčasťou habilitačnej práce aj rozsiahlejší úvod, ktorý oboznámi čitateľa práce s tematikou, vrátane aspoň stručného súhrnu základných pojmov a poznatkov v študovanej oblasti. Takýto úvod je dôležitý aj z toho hľadiska, aby bola aspoň časť práce, v ktorej možno ilustrovať význam dosiahnutých výsledkov autora, čitateľná aj pre posudzovateľov zo širšej oblasti matematiky. Práve schopnosť komunikovať svoje výsledky aj širšej komunite matematikov, či dokonca odborníkov z oblastí príbuzných prírodných a technických vied, by mala byť dôležitou pri posudzovaní a hodnotení vedecko-pedagogických schopností uchádzačov o vedecko-pedagogické tituly. Žiaľ, v posudzovanej práci je takému súhrnu venovaného veľmi málo miesta, a čitateľ je primárne odkázaný (kapitola 2, strana 12) na článok W. N. Everitta z roku 2004, z ktorého nie je úplne jednoducho možné posúdiť význam príspevku autora k študovanej oblasti. Toto by vo všeobecnosti nebol problém, ak by nemala práca prevažne technickú povahu. Vysvetlenie pomerne veľkého množstva základných konceptov je tak v habilitačnej práci prevedené až vo zovšeobecnených situáciach, čo nie je úplne najjednoduchšie, a taktiež chýba možnosť priameho porovnania dosiahnutých výsledkov s existujúcimi fundamentálnymi výsledkami v skúmanej oblasti. Autor síce v texte na mnohých miestach dobre vysvetľuje, v čom je jeho príspevok, chýba však možnosť priameho porovnania. Habilitačná práca má preto skôr charakter odbornej monografie, avšak s chýbajúcim opisom základnej teórie, a tak je sama o sebe, napriek veľmi dobrému štýlu jazyka a kvalitnej literárno-vedeckej forme, veľmi ťažko stráviteľná pre čitateľa, ktorý sa v špecializovanej problematike Weyl-Titchmarshovej teórie dobre neorientuje.

Mojou druhou výhradou k predloženej habilitačnej práci je extrémne vysoký stupeň samocitácie v publikáciách autora, ktoré sú prezentované v práci. Citačné indexy prezradia, že

predložené vedecké výsledky majú aj napriek krátkej dobe od ich vzniku veľmi vysoký citačný ohlas, čo je mimoriadne pozitívne. Podrobnejší pohľad však prezrádza, že celý súbor predložených publikačných výsledkov je citovaný len vo veľmi malom počte odborných článkov, ktoré nemožno zaradiť pod skupinu samocitácií. Tieto skutočnosti prirodzene úzko súvisia s tým, že autor buduje silný a široký teoretický aparát v špecifickej vednej oblasti, a teda je možné, že jeho výsledky budú mať dlhodobý vplyv (a teda aj citovanosť) v aplikáciách, ktoré sa budú redukovať práve na teoretické koncepty skúmané v habilitačnej práci. Na druhej strane mnohé vedecké inštitúcie dbajú pri posudzovaní udeľovania vedeckých a vedecko-pedagogických titulov, či funkcií, aj na šírku vedeckého záberu a na veľkosť globálneho vedeckého ohlasu na prácu posudzovanej osoby. Práve tieto dva faktory totiž silne vplývajú na ďalší vedecký rast, či na schopnosť hľadať si zaujímavé a relevantné témy výskumu počas ďalšej vedeckej kariéry. A tak kým odbornú aj komunikačnú zdatnosť autor v habilitačnej práci prejavil vo veľmi silnej miere, práve v týchto dvoch oblastiach jeho výsledky nepôsobia úplne presvedčivo.

Celkovo však predložená habilitačná práca Mgr. Petra Zemánka, PhD., spĺňa aspoň v minimálnej miere všetky štandardné požiadavky na takúto prácu, a v mnohých ohľadoch tieto štandardné požiadavky výrazne prevyšuje.


Dotazy oponenta k obhajobe habilitačnej práce (počet dotazů dle zvážení oponenta)

1. Teória vybudovaná autorom v habilitačnej práci výrazne rozširuje výsledky v odbornej literatúre. Preto by som rád poprosil autora, či by mohol prezentovať aspoň jeden alebo dva konkrétne príklady (diskrétny Sturm-Liouville problém, či diskretizácia Hamiltonovských problémov), ktoré predstavujú aspoň typový problém, ktorý by sa mohol objaviť v reálnych aplikáciách, v ktorých by nebolo možné použiť už existujúcu teóriu, ale novovybudovaná teória by to už umožňovala.
2. Jedným zo základných predpokladov budovanej teórie pre diskrétny symplektický systém s lineárnou závislosťou na parametri je singularita perturbačnej matice V_k . Bolo by teoreticky možné vybudovať Weyl-Titchmarshovu teóriu, alebo jej analóg čo i len pre špecifickú triedu problémov, v ktorých by matica V_k nebola singularná?
3. V poznámke 2.4.16 na strane 34 sa spomína alternatívna podmienka (2.72), ktorá zaručuje prípad limitného bodu. Táto podmienka sa však nemôže vyskytnúť v diskretnom symplektickom systéme uvažovanom v kapitole 2. Pre aké typy systémov by táto podmienka mohla byť splnená?

Závěr

Habilitační práce Mgr. Petra Zemánka „Discrete Symplectic Systems and Square Summable Solutions“ **splňuje** požadavky standardně kladené na habilitační práce v oboru matematická analýza.

V Bratislave, dne 27.1.2017.



(podpis)